Manfred KRONFELLNER. TU Wien

Mathematikunterricht zwischen Tradition und Herausforderung - Versuch einer kritischen Bestandsaufnahme

Die rapide Zunahme des Wissens zwingt die für die Schulen Verantwortlichen zu permanenten Überlegungen bezüglich des Einbaus neuer (bzw. neuerdings schulrelevant gewordener) Inhalte. Infolge der oft beklagten Überfüllung der Lehrpläne kann ein solcher Einbau i. a. nicht additiv erfolgen; es gehen damit vielmehr Überlegungen einher, welche althergebrachten Inhalte zu streichen bzw. zu reduzieren sind.

Weitaus gravierender ist die Situation, wenn ganze neue Gegenstandsbereiche in die Schulen drängen und so zum Überdenken der Stundentafeln führen. Man denke etwa an die in Italien gehegten Pläne zur Abschaffung des Faches Geschichte! In Österreich (und nicht nur hier) zwingt die wachsende Bedeutung der Informatik zu analogen Überlegungen: derzeit gibt es neben dem Pflichtgegenstand Informatik in der 9. Schulstufe Schulversuche in der 7. Schulstufe sowie konkrete Pläne zur Einrichtung eines Pflichtgegenstandes Informatik in der 8. Schulstufe.

Bei der sich dabei zwangsläufig stellenden Frage, wo Stunden eingespart werden könnten, drängt sich natürlich wegen der inhaltlichen Verwandtschaft der Gegenstand Mathematik auf. Ob dies zu begrüßen ist, darüber wird es wohl verschiedenste Meinungen geben. Die Mathematiklehrer werden - schon aus Standesinteressen - die Entwicklung eher nicht in diese Richtung beschleunigen wollen. Dagegen ist zu bedenken, daß in dieser Frage wohl auch eine Menge Leute mitentscheiden, die nicht gerade zu den glühenden Verehrern dieser

Wissenschaft zählen: und unter diesen gibt es ja nicht wenige, die sich sogar mit ihrer eigenen Unfähigkeit in diesem Fach brüsten.

Bevor wir diese Leute als Ignoranten verdammen, sollten wir uns - insb. in Hinblick auf eine Rechtfertigung unseres Gegenstandes - vielleicht auch selbst kritisch fragen, ob jene Mißachtung der Mathematik nicht auch zum Teil die Schuld des (früheren und/oder heutigen) Mathematikunterrichts ist.

<u>Eine kritische Bestandsaufnahme des heutigen Mathematikunterrichts</u>

Ein Auszug aus einem Gespräch mit einem Mathematiklehrer:

M.K.: "Bringen Sie in Ihrem Unterricht Anwendungen?"

Lehrer: "Naja, eigentlich nein ... Sie wissen ja, keine Zeit: die Praxis sieht eben anders aus, als man sie sich erträumt."

M.K.: "Könnten Sie nicht eine Menge Zeit sparen, wenn Sie, statt Aufgaben wie

$$x^3-\left\langle 2xy^2-\left\{\left[x^2y-(x^3-2xy^2)\right]\ldots\right\}\ldots\right\rangle\ldots=\ldots$$

oder

$$\frac{2x+5}{x^2-6x+9}-\frac{4-3x}{x^2-5x+6}=\frac{-x^2+11x-9}{x^3-4x^2+4x}$$

zu verlangen, sich mit einem niedrigeren Komplexitätsgrad zufriedengäben?"

Lehrer (entrüstet): "Auf solche Aufgaben verzichten? Wo denken Sie hin! Das hieße doch, das Niveau meines Unterrichts zu senken!"

Im folgenden sollen einige - bewußt negative - Fallbeispiele vorgestellt werden. (Der Vollständigkeit halber sei betont, daß es sich dabei um Einzelfälle handelt, die mir von Lehrerkollegen, Studenten, Schulpraktikanden und Schülern berichtet wurden, und daß eine Verallgemeinerung auf den Mathematikunterricht schlechthin an und für sich nicht zulässig ist.)

Beispiel 1: Kurvendiskussionen

Ein Lehrer unterrichtete dieses Thema mehrere Wochen (!) anhand von Polynomfunktionen, indem er am Anfang eine Liste von 7 oder 8 Punkten angab, die anzuarbeiten sei (Nullstellen, f', $f'=0$, f'', ...). Weder ein junger Kollege, der mit einer kurzfristigen Unterrichtsvertretung betraut wurde, noch die Schüler wußten, wozu das alles gut sein sollte. Der Stammlehrer, auf die Frage "Wozu? Warum gerade so, das Denken verhindernd?" angesprochen, antwortete nur: "So etwas braucht man für die Blöden."

Noch ärger wird die Sache aber, wenn der Lehrer, um dieses dürftige Niveau zu kaschieren, dasselbe Verfahren dann auch noch mit rationalen Funktionen "anwendet" und bloß die Checkliste um einen weiteren Punkt, die Asymptoten, verlängert.

Beispiel 2: Der Integralbegriff

Eine Absolventin der Wirtschaftsuniversität klagt: "Trotz Matura und der Mathematikvorlesung an der WU kann ich zum Stichwort 'Integral' nicht mehr sagen, als daß es eine Rechenvorschrift ist, wo rechts $x^3/3$ herauskommt, wenn links x^2 steht."

Ich bin überzeugt, daß auch dieser kein Einzelfall ist. Selbst wenn gerade noch gewußt wird, daß das Integral einen Kalkül darstellt, mit dem Flächeninhalte und Volumina berechnet werden können, so sollte dies bereits zu denken geben. Mehr - so die Meinung vieler Lehrer - dürfe man sich von Schülern ohnehin nicht erwarten. Dann aber frage ich mich, warum Lehrer Schulbücher kritisieren, weil etwa Substitutionsmethode oder Partialbruchzerlegung nicht behandelt werden. Sogar der Wunsch nach dem 1. Hermiteschen Ansatz wurde schon einmal vernommen! Auch hier wird offensichtlich versucht, das niedrige Niveau der kalkülhaften Abarbeitung durch erhöhten Komplexitätsgrad zu kaschieren.

<u>Beispiel 3:</u> Definitionsmenge einer Gleichung

Eine Kollegin (sichtlich stolz): "Meine Schüler greifen keine Gleichung an, bevor sie nicht die Definitionsmenge bestimmt haben!"
Gegenfrage von mir: "Wenn etwa aus der Formel $V=r^2\pi h$ die Höhe zu berechnen ist, müssen die Schüler dann auch die Definitionsmenge angeben? Oder ist das keine Gleichung? Oder kommt das im Unterricht nicht vor?

Nicht zuletzt um den Begriff der Definitionsmenge einer Gleichung zu rechtfertigen werden dann statt sinnvoller Aufgaben (kompliziertere) Wurzelgleichungen oder Bruch(un)gleichungen behandelt, um auch hier den zweifelhaften Sinn dieses Unterfangens hinter einem überzogenen Komplexitätsgrad verstecken zu können.

Auch Hans Freudenthal kritisierte dieses "Charakteristikum" des Mathematikunterrichts (FREUDENTHAL, S. 365):

Es ist dies wieder ein verhängnisvolles Resultat falscher Didaktik: etwas, was offenbar auf keine vernünftige Weise angewandt werden kann, entwickelt sich, weil es ja geübt werden muß, zu einem selbständigen Kapitel der Schulmathematik. Es ist eine traurige Geschichte, daß solch ein Thema, wenn es einmal eingeführt ist, eine Tradition erzeugt, die kaum noch auszurotten ist.

In ähnlicher Weise bieten auch noch viele andere Kapitel des Mathematikunterrichts Anlaß zu Kritik:

- ein Stochastikunterricht, der in Urnenaufgaben gipfelt
- das Thema "unendliche Reihen", das in der Berechnung der Volumina unendlich vieler ineinandergeschachtelter Gebilde seinen "Höhepunkt" findet
- Abbildungsgeometrie, bei der zwar verschiedene Abbildungen verkettet werden, aber niemand weiß, wozu
- eine Gleichungelehre, die eigentlich keine Gleichungs"lehre" ist, sondern nur ein Trainingsprogramm für aussagenlogische Begriffe mit Hilfe eines naiven und unbrauchbaren Gleichungsbegriffs
- eine Behandlung von Kongruenzsätzen im Rahmen des Elementargeometrieunterrichts, auf die keine Argumentationsaufgaben folgen
- eine Strukturmathematik, die zu einem Gruppenerkennungsdienst degeneriert
- ein Drill von Exponential- und logarithmischen Gleichungen, aber für die Behandlung von Wachstumsproblemen "ist im Unterricht zu wenig Zeit"

U.v.a.

Tradition und Herausforderung als bestimmende Elemente des Mathematikunterrichts

Bei der Frage, wie es zu solchen wie oben aufgezählten Fehlentwicklungen kommen konnte, ist ein Blick auf die Geschichte des Mathematikunterrichts aufschlußreich. Zu Beginn des 19. Jahrhunderts hatten die Gymnasien in Preußen die Aufgabe, dem humanistischen Bildungsideal entsprechend die alten Sprachen sowie einige allgemeine Fähigkeiten beim Schüler zu fördern wie etwa logisch denken können, Ausdauer, etc. Einiges davon erwartete man sich auch von dem sich ebenfalls an der Antike orientierenden Mathematikunterricht. (So etwa waren in Preußen die Bücher I bis VI, XI und XII der Elemente des Euklid expressis verbis vorgeschrieben; vgl. KAISER-NöBAUER, S. 239.) Das preußische Schulsystem wurde dann Mitte des 19. Jahrhunderts zum Vorbild für die Reform des österreichischen Schulsystems genommen.

Beachtet man, daß im ursprünglichen Gymnasium die alten Sprachen, Deutsch und Mathematik zusammen etwa 70 % der gesamten Unterrichtszeit ausmachten und daß Mathematik in jeder Klasse mit 6 Wochenstunden dotiert war (vgl. LENNÉ, S. 78), so kann man sich gut vorstellen, daß man etwa beim Studium Euklids beachtlich vorankommen konnte.

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts gewann die Realschule rasch an Bedeutung; schließlich gelang es ihr, die Monopolstellung der gymnasialen Abschlußprüfung, die früher allein zum Universitätszugang berechtigte, zu durchbrechen. Damit traten humanistische Bildung und Realienbildung in ein Spannungsverhältnis: jede Schultype fühlte sich bemüßigt zu zeigen, daß auch sie die Ziele der jeweils anderen Schultype anpeilte. So wurden die Lehrpläne einander angeglichen – und überfrachtet; und das bei (wegen Aufnahme bzw. Ausweitung von Realienfächern) sinkender Wochenstundenzahl. Resultat war eine Vermischung von Lehrzielen bzw. die Unmöglichkeit ihrer Realisierung auf dem ursprünglichen Niveau. So kam sowohl die Tradition (das Gymnasium) als auch die Herausforderung (die Realschule) zu ihrem Recht. Das Ergebnis war aber zumindest in bezug auf den Mathematikunterricht und hinsichtlich des Verarbeitungsniveaus schlechter als die ursprünglichen Inkredienzien.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts etablierte sich dann auch auf dem Boden der Reformpädagogik zunehmend die methodische Lehrmeinung, die zu einer Aufgabenorientierung im Mathematikunterricht führte, auch bekannt unter dem Namen "Aufgabendidaktik" (vgl. WITTMANN, S.119). Diese sollte fortan selbst eine starke Tradition darstellen: welche Persistenz sie hat(te) (und wie unreflektiert Traditionen übernommen werden), erkennt man etwa an der Hartnäckigkeit, mit der das auf Proportionen aufbauende Schlußrechnungsschema

3 kg ....213,- S
7 kg x

$$x = \frac{213 \cdot 7}{3}$$

die Jahrzehnte überdauert hat. (Diese Betonung der Proportionen dürfte ebenfalls noch auf die preußischen Lehrpläne zurückgehen, in denen ausdrücklich steht, daß "Fertigkeit in den Rechnungen des gemeinen Lebens nach ihren auf die Proportionslehre gegründeten Prinzipien ..." anzustreben sei; Vgl. KAISER-NÖBAUER, S. 239.)

In den Fünfziger/Sechzigerjahren führte die nächste Herausforderung zur "Neuen Mathematik. Auch hiermit waren -

von Wucherungen abgesehen - vertretbare Ziele verbunden, die aber bei ihrer Berührung mit der nunmehr schon zur Tradition gewordenen Aufgabendidaktik pervertiert wurden. Man denke etwa an die schon erwähnte Strukturmathematik, die im Korsett der Aufgabendidaktik (und der damit einhergehenden Leistungsbeurteilungspraxis) zum Gruppenerkennungsdienst degenerierte.

Intendierter und realer Mathematikunterricht

Die zuvor erwähnte Überfrachtung der Lehrpläne bei sinkender Wochenstundenzahl führte zu einer Absenkung des Verarbeitungsniveaus der einzelnen Themen. Im folgenden soll versucht werden, die Abfolge der Niveaus im Unterricht anhand eines groben Schemas transparent zu machen.

Grob gesagt kann man eine Unterrichtssequenz nach folgendem Schema abarbeiten:

I	II	III
Einführung der grundlegenden Begriffe	Einüben der Begriffe	Anwenden[1] (im weitesten Sinn des Wortes)

Es kommt nun häufig vor, daß im Mathematikunterricht nur Niveau II erreicht wird. Noch mehr: Niveau III wird oft gar nicht mehr als Ziel angesehen, etwa weil es zeitlich nicht realisierbar erscheint. Leider wird daraus nicht die Konsequenz gezogen, das ganze Kapitel zu streichen (oder - um Zeit zu gewinnen - die Streichung eines anderen Kapitels in Erwägung zu ziehen), sondern es wird Niveau II per definitionem zum Endziel dieser Unterrichtssequenz erhoben.

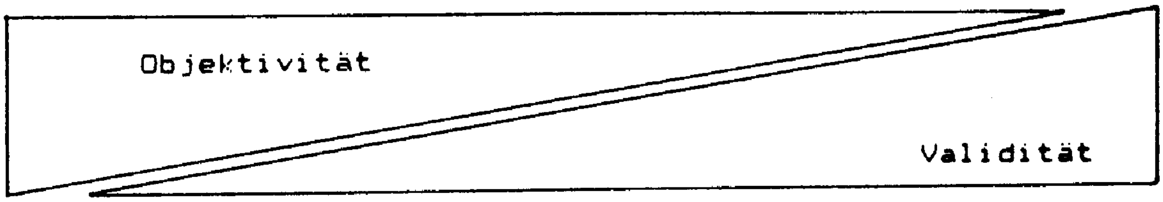
[1] Damit sind nicht nur außermathematische Anwendungen gemeint, sondern auch z. B. der Ausbau einer später weiterverwendbaren oder an sich interessanten Theorie.

Niveau I	Niveau II	Niveau III
Ableitung	Kurvendiskussionen ausschließlich mit Polynomfunktionen	Untersuchung möglichst vieler Funktionsklassen, Fähigkeit, zu vorgegebenen Datenmengen bzw. Graphen einen passenden Funktionsterm angeben zu können
Ableitung	Extremwertaufgaben	Mathematisieren, Modellbilden, Verfeinern mathematischer Modelle, Interpretation des math. Ergebnisses im realen Kontext
Integral	Integrationsmethoden Flächeninhalts- und Volumsberechnungen	Anwendungen des Integralbegriffs in der Physik
Wahrscheinlichkeit	Urnenaufgaben, Münze, Roulette, ... Kombinatorik	Beurteilende Statistik, Hypothesentest, Konfidenzintervall; (+Verständnis, daß Urnen u.ä. nur Hilfsvorstellungen sind)
Variable	Termumformungen	Lösen von Gleichungen, Aufstellen, Umformen und Interpretieren von Formeln (und Funktionstermen)
Aussage(form), Grund-, Definitions- und Lösungsmenge	Anwendung dieser Begriffe beim Gleichungslösen	Reflektieren über das Gleichungslösen, "Hintergrundtheorie" (d.h. hier steht nicht die konkrete Lösung der Gleichung, sondern die Methode im Vordergrund)
Kongruenzsätze	konkrete Dreiecke, Konstruktionsaufgaben	Ableiten geometrischer Formeln, Beweisen geometrischer Sätze
Abbildungsgeometrie	Verknüpfen von Abbildungen	geometrische Beweise, mathematische Strukturen, (Matrizen)
Exponential- und Logarithmusfunktionen	Exponentialgleichungen und logarithmische Gleichungen	Anwendungen dieser Funktionen in Naturwissenschaften, Technik und Finanzmathematik
Komplexe Zahlen	Rechnen mit komplexen Zahlen	Verständnis für Zahlenbereichserweiterungen und mathemat. Strukturen und/oder physikalisch/technische Anwendungen
Gruppe	Gruppenuntersuchungen	Sätze über Gruppen (Lösbarkeit von Gleichungen in Gruppen, Eindeutigkeit von neutr. u. inv. El., Kürzungsregel,....) Kennenlernen weiterer math. Strukturen u. deren Bedeutung für die Math. (auch topologische und Ordnungsstrukturen)
Unendliche Reihen	Aufgaben zu geom. Reihen	Allgemeiner Reihenbegriff, Unterschied zur endlichen Summe, (d.h. Verständnis für die Notwendigkeit einer Definition des Reihenbegriffs), Problematik des Unendlichen, Konvergenz
Unendliche Folgen	Berechnung konkreter Grenzwerte wie $\lim_{n\to\infty} \frac{-2n^3+4n^2-n+5}{7n^3-8n^2+2n}$ Untersuchung konkreter Folgen auf Monotonie, Beschränktheit, ...	Sätze über konvergente Folgen, Verwendung der "Theorie" der Folgen zur exakteren Fundierung der Differential- und Integralrechnung sowie zur Definition des Reihenbegriffs und der Konvergenz von Reihen

Nicht selten wird Niveau III nicht erreicht oder zumindest nicht gebührend berücksichtigt. Um dies nun zu kaschieren, wird auf Niveau II der Komplexitätsgrad übersteigert. Wenn man Ausdauer, Konzentrationsfähigkeit, Rechenroutine, Rechentempo anpeilt, so ist ein höherer Komplexitätsgrad etwa bei Termen, Gleichungen o. ä. angebracht; natürlich sind Routine, Ausdauer, ... wertvolle Ziele; trotzdem glaube ich, daß ihre Realisierung nicht auf Kosten von Niveau III gehen darf. Gegen eine <u>übersteigerte</u> Berücksichtigung kalkülhafter Fertigkeiten spricht auch die Existenz des Computers bzw. des (programmierbaren) Taschenrechners; und schließlich sollte auch bedacht werden, daß Rechenroutine und Tempo ja gerade das Denken ausschalten sollen!

<u>Die Rolle der Leistungsbeurteilungstradition</u>

Dieses Verweilen auf Niveau II wird außerdem auch durch die übliche Leistungsbeurteilungspraxis forciert. Auf diesem Niveau gibt es eben viele gleichartige Übungs- und Schularbeitsaufgaben; niemand kann sich dann beklagen, daß die Schularbeit nicht ordentlich vorbereitet worden wäre. ("Das braucht man für die Blöden - und deren sich evtl. beschwerende Eltern"!) Und auf diesen scheinbar über jeden Zweifel erhabenen Schularbeiten beruht dann auch letztlich - via Mittelwertbildung - die Zeugnisnote. <u>Mündliche</u> Leistungen (damit sind nicht schriftliche Hausübungen oder schriftliche Rechnungen eines Schülers an der Tafel gemeint) wie sie in der ständigen Beobachtung eingehen sollten, sind meines Wissens selten mehr als nur das Zünglein an der Waage, wenn ein Schüler zwischen zwei Noten steht. Gerade Argumentationsfähigkeit, Argumentationsbereitschaft, Kreativität, Initiative, die Fähigkeit, zusammenzufassen, Alternativen aufzuzeigen oder abzuwägen, Begriffsbildungen zu hinterfragen, Querverbindungen herzustellen, Referate auszuarbeiten und zu halten, etc. wären ideale und in ihrer Bedeutung über jeden Zweifel erhabene Ziele, die durch eine deutlich stärkere Berücksichtigung der Mitarbeit in der Gesamtnote gefördert werden sollten. Aber das meiste davon ist dem Niveau III zuzuzählen, und da ist die Leistungsbeurteilung viel schwieriger. Eine Schularbeit mit Kurvendiskussion u. ä. zusammenzustellen, zu korrigieren und gemäß Punkteschlüssel die Note zu errechnen ist natürlich viel einfacher, und vor allem weitaus weniger angreifbar. Diese Art der Notengebung ist objektiv. Es gilt aber zu bedenken, daß es in der Leistungsbeurteilung so etwas wie eine Unschärferelation gibt:



Die Berücksichtigung höherer Lehrziele erfordert Mut zu (teilweisem) Verzicht auf intersubjektiv überprüfbarer Objektivität. Das setzt voraus, daß der Lehrer vertretbare Ziele anpeilt und diese auch Schülern (und Eltern) gegenuber transparent zu machen und argumentativ zu vertreten in der Lage ist. Diese Ziele sind bei weitem nicht nur im Bereich außermathematischer Anwendungen zu finden: auch (sinnvolle) innermathematische Anwendungen sowie theorieorientierte Ziele sind darunter zu subsumieren. (Dabei sollte insbesondere die Bedeutung theoretischer Fundierungen vermittelt werden; keinesfalls darf auf Kalkülebene heruntertransformiert werden.) Schließlich sei noch auf Bereiche wie Philosophie der Mathematik oder Mathematikgeschichte verwiesen, wo es auch eine Menge von interessanten Zielen gibt (nebst der Möglichekeit eines fächerübergreifenden Unterrichts!).

Die nächste Herausforderung: der Computer

Was der hier kritisierte Mathematikunterricht häufig nicht schafft, nämlich durch Erreichen von Niveau III eine Rechtfertigung seiner selbst, schafft der Informatikunterricht relativ leicht: Nur wenige Programmzeilen genügen bereits, um Schuldentilgungsprogramme, den freien Fall unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes und der Gestalt des fallenden Körpers, die Simulation der Rohstoffvorräte etc. (vgl. HEUGL) zu diskutieren. Ein solcher Unterricht orientiert sich an Zielen, nicht an der Einübung von Methoden.

Konsequenzen für den Mathematikunterricht

Wenn in puncto Sinnhaftigkeit der Mathematikunterricht gegenüber dem Informatikunterricht nicht den Kürzeren ziehen will, so sollte man in Hinblick auf sinnvolle Unterrichtsziele möglichst rasch das Niveau III anpeilen, auch mit einem noch nicht vollständig internalisierten Kalkül (den kann - und soll! - ohnehin, wenigstens teilweise, der Taschenrechner und der Computer übernehmen). Insbesondere sei hier noch einmal auf die bereits erwähnten Ziele aus den Bereichen der Mathematikgeschichte oder der Philosophie bzw. Wissenschaftstheorie der Mathematik (Begriffsbildung, Begriffsentwicklung, ...) erinnert, Gebiete, wo seitens der Informatik kaum "Gefahr" droht.

Wichtig erscheint mir in diesem Zusammenhang, daß sich der Lehrer langfristig seine Zielsetzungen überlegt. An dem folgenden - bewußt nicht spektakulären - Beispiel soll dies gezeigt werden:

<u>Beispiel:</u> Monotonie

- Definition

- direkte Untersuchung bei möglichst vielen Funktionstypen (auch schon vor der Differentialrechnung)

- Deutung der Monotoniegesetze bei Ungleichungen sowie anderer Sätze über Ungleichungen als Monotonieeigenschften entsprechender Funktionen

- außermathematische Bedeutung der Monotonie

- Monotonieuntersuchungen bei Folgen

- Vergleich der Monotoniedefinitionen: Einsicht. daß bei eingeschränkter Funktionsklasse eine einfachere Formulierung ausreicht

- Untersuchung auf Monotonie mittels Differentialrechnung: Punktmonotonie versus Intervallmonotonie

- Extremwertaufgaben:
  gleichbleibendes Monotonieverhalten -> Randextrema
  Änderung des Monotonieverhaltens -> lokale Extrema im Inneren der Definitionsmenge

- Krümmungsverhalten als Monotonieuntersuchung der ersten Ableitung

- Auswirkung von Monotonieänderungen bei Programmen zur näherungsweisen Berechnung von Integralen mittels Ober- und Untersummen

- etc.

Solche "rote Fäden" sollte es möglichst viele geben; und gerade die Überschneidungen solcher Fäden sollten im Unterricht besonders berücksichtigt werden. (Nicht umsonst propagiert man für das Begriffslernen und Begriffsverständnis die "Vernetzung von Begriffen"!)

Der Deutlichkeit halber sei hier noch ein anderes Beispiel angeführt, das die Möglichkeiten der Berücksichtigung nicht kalkülhafter Aufgabenstellungen demonstrieren soll.

Beispiel: Integralrechnung

Meine Ziele im Zuge der Integralrechnung sind:

(1) Verstehen des Integralbegriffs; Fähigkeit, anschauliche Deutungen zu geben (etwa "Summe von unendlich vielen unendlich dünnen Streifen" - incl. Verständnis der mathematischen Problematik, die in dieser heuristischen Deutung liegt)

(2) Kenntnis der elementarsten Integrationstechnik (der Anwendung des Hauptsatzes)

(3) Kenntnis von inner- und außermathematischen Anwendungen

und erst wenn diese Ziele erreicht sind

(4) weitere Integrationsmethoden

Eine dem Ziel (3) entsprechende Aufgabe könnte etwa lauten:

Ein Satellit mit der Masse $m=2{,}5\cdot 10^3$ kg soll auf eine geostationäre Umlaufbahn gebracht werden, d.h. $h=35\cdot 10^6$ m. (Die Erdanziehungskraft in der Höhe r ist gegeben durch $G(r)=mg(R/r)^2$; R=Erdradius$=6{,}37\cdot 10^6$ m; r vom Erdmittelpunkt aus gerechnet)

Berechne a) näherungsweise (vgl. KRONFELLNER-PESCHEK, S. 132ff und S. 153ff),
b) mittels Integral,
welche (theoretische Mindest-)Arbeit dazu nötig ist!
Beantworte anhand dieser Aufgabe folgende Fragen:

- Was versteht man allgemein unter dem Integral? (Definition und anschauliche Deutungen)

- Von welcher Art sind Problemstellungen, bei denen Integralrechnung angewandt wird?

- Schreib ein kurzes BASIC-Programm zur näherungsweisen Berechnung von Integralen!

Die Liste solcher Verständnisfragen ließe sich (in Abhängigkeit vom vorangegangenen Unterricht) noch fast beliebig verlängern:

- Berechne den Integralwert näherungsweise durch Ober- und Untersummen!

- Gib die Bedeutung von Ober- und Untersummen für numerische bzw. für theoretische Zwecke an!

- Begründe, warum die vorliegende Funktion integrierbar ist! Wann bezeichnet man allgemein eine Funktion als integrierbar? Nenne nicht integrierbare Funktionen!

etc.

Wenn man nun "Aufgaben für die Blöden" braucht, so erschiene es mir statt der eingangs erwähnten schematischen Abarbeitung von Kurvendiskussionen weit eher vertretbar, einige <u>wenige</u> <u>ausgearbeitete</u> <u>sinnvolle</u> Problemstellungen wie die obige anzubieten und diese - nötigenfalls auch ohne eine einzige Änderung - bei der Prüfung oder Schularbeit abzuverlangen - eine Leistungsbeurteilungspraxis, die offenbar vielen Lehrern unter ihrer Würde zu sein scheint: unverständlich, wenn man einerseits an das eingangs erwähnte Beispiel der Kurvendiskussionen, andererseits an Physikprüfungen, ja selbst an Prüfungen an der Universität denkt. Die geringe Repräsentanz von Beweisen bei Prüfungen und das Nicht-Aufgreifen interessanter Fakten und Problemstellungen mangels einer ausreichenden Zahl kalkülhafter Übungs- und Prüfungsaufgaben sind ebenfalls auf dieser engen Sichtweise traditionalistischer Leistungsbeurteilungspraxis zuzuschreiben. (Z.B. Vierfarbensatz, Computertomographie, Kryptographie, u.v.a.) Schlielich sollte es doch ein Ziel des Unterrichts sein, den Sinn des Gelernten unter Beweis zu stellen. Und dieser Sinn ist eben durch Anwendungen innerhalb und außerhalb der Mathematik eindrucksvoller zu demonstrieren als durch eine "Steigerung" des Komlexitatsgrades in der Methode.

LITERATUR

FREUDENTHAL, H.: Mathematik als pädagogische Aufgabe
Klett, Stuttgart 1977, 1979 (2 Bände)

HEUGL, H.: Auswirkungen der EDV auf den Mathematikunterricht
In diesem Band

KAISER, H. - NÖBAUER, W.: Geschichte der Mathematik
Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1984

KRONFELLNER, M. - PESCHEK, W.: Angewandte Mathematik 3
Lehrbuch für Handelsakademien und höhere Lehranstalten
Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1983

LENNÉ, H.: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland
Klett, Stuttgart 1975 (2. Auflage)

WITTMANN, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts
Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden 1981 (6. Aufl.)